Apports et limites du tableur

montage et démontage

Philippe Jonin

PROFESSEUR CERTIFIÉ DE MATHÉMATIQUES
LYCÉE D'ESTOURNELLES-DE-CONSTANT, VILLE DE LA FLÈCHE (72)

Comment adapter à un travail pédagogique un outil destiné à un usage bureautique ? Une expérience en seconde.

Le tableur fonctionne sur la base d'un modèle parfois éloigné de l'objet que l'on se propose d'étudier : il n'a pas en effet pour vocation l'enseignement d'une notion mathématique.

Il convient donc de prendre un certain recul par rapport à la nature des objets mis en jeu dans une feuille de calcul et les liaisons qu'ils entretiennent avec les objets mathématiques usuellement étudiés en classe.

Cette séquence illustre cette réflexion et décrit les étapes conduisant de l'objectif mathématique initial à la scénarisation finale[1].

Le point de départ : un moment essentiel

La séquence a été construite pour répondre à un point central du programme de seconde : « Identifier l'enchaînement des fonctions conduisant de x à $f(x)$ quand f est donnée par une formule ».

Ce point a été abordé au collège mais est particulièrement approfondi au lycée : il se révèle essentiel lorsqu'il s'agit de calculer l'image d'un nombre et sera aussi réinvesti lors des études de variations (à partir des fonctions de référence) ainsi qu'en classe de première pour aborder la notion de composition de deux fonctions.

Convergence de deux visions

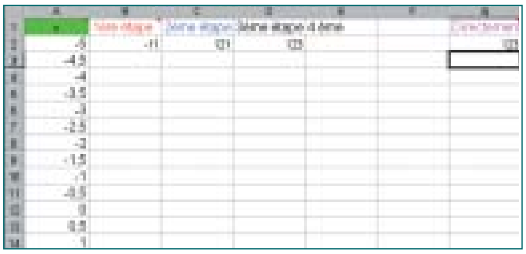
Examinons d'abord le principe d'une chaîne de montage. On considère la fonction f définie par $f(x) = (x-6)^2 + 2$.

Sa chaîne de montage pourra se traduire par :

$$x \xrightarrow{\text{addition}\,:\,-6} x-6 \xrightarrow{\text{carré}} (x-6)^2 \xrightarrow{\text{addition}\,:\,+2} (x-6)^2+2$$

L'idée initiale est donc de permettre à l'élève de construire, sur une même feuille, le chaînage et l'expression algébrique et de valider sa démarche en comparant ces deux approches.

Pour scinder distinctement ces deux aspects, on met à disposition de l'élève, dans une feuille déjà préparée, des « boutons » (en fait, des macrocommandes) permettant d'entrer un certain nombre d'opérations (ou de fonctions) :



Pour calculer l'image de 2 avec notre fonction f, l'élève s'est donc dans un premier temps positionné sur la case B2 et a cliqué sur le bouton « addi : – 6 » ; puis sur la case C2 et le bouton « Carré » et enfin la case D2 et le bouton « addi : + 2 ».

Dans un deuxième temps l'élève entre l'expression de f en case G3 avec la syntaxe usuelle du tableur : = (A2 – 6)^2+2.

Enfin, il étend son travail pour constituer un tableau d'une vingtaine de valeurs :

La validation du chaînage ou de l'expression se fait par comparaison de la colonne finale du chaînage (ici D) et de la colonne G.

Il faut noter que la conception de macros est très simple : nul besoin de compétences en programmation, il suffit d'utiliser la fonction d'enregistrement.

1. On peut télécharger cette séquence et un exemple de scénario à l'adresse suivante : www.ac-nantes.fr:8080/peda/disc/math/Ress_Peda/Activites/Lyc/Chainage/sequence/chainage.htm

d'une fonction avec Excel

Les avantages du tableur

Le tableur juxtapose ainsi dynamiquement deux visions de la même fonction, le chaînage et l'expression algébrique, se prêtant à des expérimentations et ajustements. Ce n'est pas le seul avantage qu'il présente. En effet, on peut, avec le tableur :

– multiplier les exemples que chacun travaillera à son rythme ;

– inciter l'élève à développer une démarche d'autocorrection dans laquelle il doit identifier et corriger de lui-même les éventuelles erreurs ;

– travailler sur la nature des objets manipulés pour distinguer, par exemple, une formule d'un nombre ;

– rendre visibles les représentations des élèves. Le professeur pourra, par exemple, en analysant le chaînage, identifier à quel stade celui-ci est rompu et relier ce problème à une mauvaise lecture de l'expression algébrique. Notons à ce propos qu'une fonction d'Excel permet d'afficher l'expression entrée par l'élève via la macro (et non plus le résultat numérique) : c'est la combinaison simultanée des touches *Ctrl* + *guillemets*. Notre premier exemple devient ainsi :

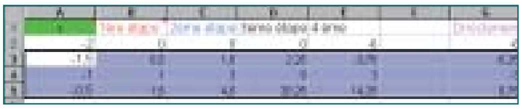
Les limites et le modèle sous-jacent

La première critique que l'on pourrait faire au tableur porte sur le critère de validation du chaînage (ou de l'expression), qui est numérique et non formel. Il est très facile de sensibiliser un élève à cette difficulté sans entrer dans des considérations mathématiques élaborées. On lui présente, par exemple, un chaînage faux de l'expression : $3(x + 2)^2 - 6$:

$$x \xrightarrow{\textit{Addition:}+2} \ldots \xrightarrow{\textit{Multiplication:}\times 3} \ldots \xrightarrow{\textit{Carré}} \ldots \xrightarrow{\textit{Soustraction}-6}$$

(inversion du carré et de la multiplication) :

On observe une convergence pour $x = -2$. Mais si on étend le tableau, l'erreur apparaît :



Dans un même ordre d'idée, cette validation a un caractère discret alors que l'objet « fonction » étudié a une nature continue. Modifier la taille et la finesse du pas du tableau ne change rien au problème.

Autre inconvénient du tableur, la validation fonctionne sur la cohérence entre les deux approches ; cependant un élève peut très bien observer une convergence des deux visions alors qu'elles sont fausses toutes les deux ! Le professeur doit donc veiller, au cours de la séquence ou après celle-ci, à ce que les élèves conservent une trace sur papier.

En outre, le passage par un analyseur syntaxique induit de nouveaux obstacles : il exige la mise en place de parenthèses dans l'expression ; par exemple pour :

$$g(x) = \frac{-5}{x-6} + 2$$

La qualité de l'analyseur syntaxique est d'ailleurs douteuse ; on constatera, par exemple, que l'expression $-(x + 2)^2 - 6$ est mal interprétée par le tableur (c'est le « moins » initial qui pose problème).

Toujours dans les limites du logiciel, l'approche par le tableur est partielle : les types de chaînages étudiés sont « linéaires » (dans le sens où x n'est présent qu'une seule fois, ce qui ne permet de réaliser le chaînage que sur une seule ligne). Il conviendra, si on ne souhaite pas induire de fausses représentations mentales, de proposer un chaînage du type : $x^2 - 5x + 1$.

Il n'y a évidemment pas unicité de ce chaînage. On pourra soumettre aux élèves l'expression suivante :

$$\frac{5}{x^2} + 2$$

et demander deux chaînages différents.

La feuille, enfin, est fermée dans le sens où elle est donnée à l'élève avec un certain nombre de « boutons » prédéfinis, ce qui limite la

Des outils pour les mathématiques

construction des expressions au seul type envisagé ici.

Quel scénario ?

Le scénario d'utilisation se doit de tirer parti des apports du tableur mais aussi de prendre en compte ses limites. On pointe ainsi cinq critères guidant la conception du scénario :

– *la gestion, au cours de la séquence, de l'apprentissage du logiciel :* le niveau de maîtrise du tableur demandé à un élève est raisonnable et permet donc d'envisager de donner les indications principales dans l'énoncé lui-même. La difficulté viendra vraisemblablement de l'hétérogénéité du niveau de maîtrise. Cet apprentissage ne doit pas occulter l'objectif visé ;

– *la prise en compte d'au moins deux variables didactiques :* le choix des fonctions (difficulté progressive des chaînages), le choix des boutons (les moyens pour construire ces chaînages) ;

– *un seuil minimal à atteindre* pour tous et une ouverture pour des élèves performants (chaînages non linéaires, chaînages faux à analyser, chaînages multiples pour une même expression, analyseur syntaxique défaillant) ;

– *l'intégration de la séquence dans une double progression :* mathématique (des chaînages doivent avoir été précédemment travaillés) et informatique (est-ce la première séquence de l'année avec Excel ?) ;

– *l'élaboration de critères d'évaluation et un lien avec les activités « classiques » faites en cours :* il faut laisser une place au travail à la main, qui ne doit pas être en rupture avec les activités réalisées en classe (exiger au minimum des élèves qu'ils rendent les chaînages sur papier).

« … ces limites, induites par le tableur, ne doivent pas être déniées : les prendre en compte et les intégrer dans le scénario concourt à la construction d'une culture critique… »

Observations pratiques

Les élèves ont rencontré autant de difficultés dans l'entrée directe par l'expression que dans la conception du chaînage, notamment lorsque le tableur impose des parenthèses qui ne sont pas nécessaires dans la notation usuelle. On travaille donc tout autant les deux aspects, ce qui n'était pas tout à fait prévu initialement.

Autre aspect inattendu : quelques élèves ont parfaitement réalisé le travail sur la feuille de calcul (obtention par ajustements successifs d'une convergence des deux visions), cependant la trace écrite des chaînages comportait de nombreux chaînages faux. Après analyse et discussion, il apparaît que ces élèves n'ont pas pris le temps, après avoir réalisé l'ajustement, de reconstituer tout le chaînage ; ils n'avaient pas une vision globale de leur démarche et ne se souvenaient plus des « boutons » utilisés.

On voit là tout l'intérêt, d'une part, du travail parallèle sur le papier et, d'autre part, de la faculté du tableur de remplacer les résultats numériques affichés par les formules saisies par le biais des boutons.

Les élèves qui ont atteint le seuil minimal fixé (à peu près la moitié de la classe) ont apprécié de travailler sur des chaînes élaborées, comme celle-ci :

$$f(x)=\frac{-3}{(x-6)^2}+2$$

et plus encore de réfléchir à des situations où les résultats du tableur laissent quelque peu perplexe.

Détaillons, par exemple, l'analyse du problème de l'interprétation par le tableur de l'expression $-(x+2)^2-6$ (le premier « moins » n'est pas pris en compte). J'ai demandé à ces élèves de proposer une autre façon de la transmettre au tableur.

Deux solutions m'ont alors été proposées :

– un élève l'a transformée en $0-(x+2)^2-6$, ce qui résout parfaitement la difficulté en transformant la nature du moins ;

– un autre, après analyse du chaînage, a proposé : $(x+2)^2\times(-1)-6$

On peut penser que ces élèves sortiront de cette séquence avec une vision claire de la différence entre les deux signes « moins ».

L'évaluation de l'impact de ce type de séquence demeure très difficile. L'idée n'est pas seulement d'aborder autrement un sujet déjà traité en classe, mais de rechercher aussi un bénéfice dans les activités plus classiques : réussir les chaînages sur la feuille de calcul mais pas en classe ne présente que peu d'intérêt.

Pourtant ce travers existe. Seule une scénarisation fine et un regard attentif de l'enseignant, en cours de séquence, permettent de le limiter.

Ces difficultés, ces limites, induites par le tableur ne doivent pas être déniées : les prendre en compte et les intégrer dans le scénario concourt à la construction d'une culture critique de l'outil informatique et réactive dans un même temps nos connaissances mathématiques, ce qui ne peut que les valoriser et les renforcer.