Correction Devoir commun N° 2 de seconde Mai 2016

Exercice 1 :

Partie A : Étude d'un coût de production

1) $\mathbf{C(0)=0{,}1\times 0^2+0+1000=1000}$ Le montant des coûts fixes est de 1000 €.

2) On développe l'expression $\mathbf{0{,}1(q+5)^2+997{,}5}$

$\mathbf{0{,}1(q+5)^2+997{,}5=0{,}1(q^2+10q+25)+997{,}5=0{,}1q^2+q+2{,}5+997{,}5=0{,}1q^2+q+1000=C(q)}$

On a bien $\mathbf{C(q)=0{,}1(q+5)^2+997{,}5}$

3) A partir de la forme canonique, on lit $\alpha=-5$ et $\beta=997{,}5$ et $a=0{,}1>0$

q	–5
$\mathbf{C(q)}$	↘ 997,5 ↗

Sur l'intervalle [0 ; 300] la fonction C est donc strictement croissante.

4) On entre dans Y1 l'expression $\mathbf{0{,}1X^2+X+1000}$ et dans la table de valeurs on lit X environ égal à 195.
Pour une production de 195 L, le coût total est environ de 5000 €

Partie B :

1) La courbe représentative de R est C1 car R est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

2) $\mathbf{B(q)=R(q)-C(q)=30q-(0{,}1q^2+q-1000)=30q-0{,}1q^2-q+1000=-0{,}1q^2+29q-1000}$

3)

a) **P**our déterminer les valeurs de q pour lesquelles le bénéfice est positif, il faut résoudre l'inéquation $B(q)\geqslant 0$. On va utiliser la forme factorisée de B(q) pour déterminer le signe de l'expression.

x	**0**		**40**		**250**		**300**
$25-0{,}1q$		+	⋮	+	**0**	–	
$q-40$		–	**0**	+	⋮	+	
$B(q)$		–	**0**	+	**0**	–	

L'entreprise réalise un bénéfice pour une production comprise entre 40 et 250 L.

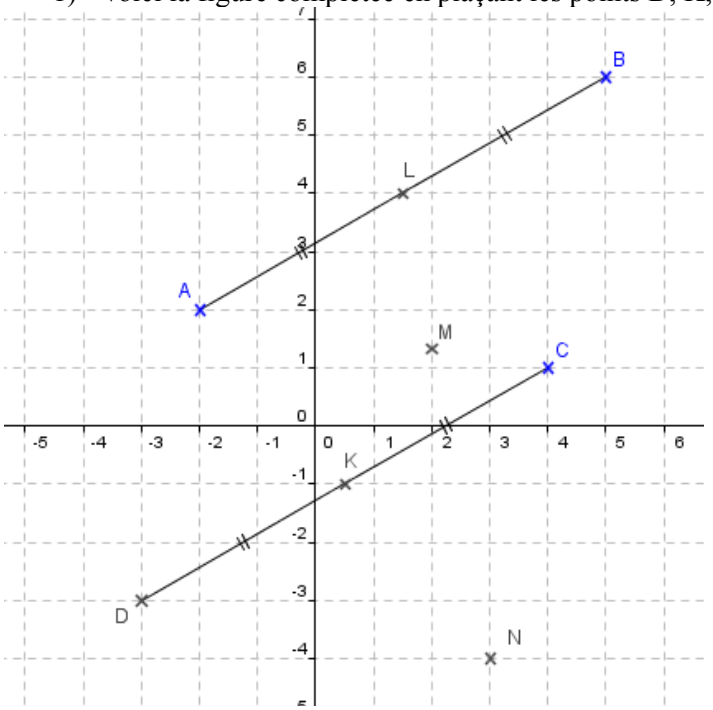
b) On utilise la forme canonique qui est donnée à la ligne 5 : $\mathbf{B(q)=-0{,}1(q-145)^2+1102{,}5}$

q	0	145	300
$\mathbf{B(q)}$	↗	1102,5	↘

Le bénéfice est maximal pour une production de 145 L et ce bénéfice vaut 1102,5 €.

Exercice 2 :

1) Voici la figure complétée en plaçant les points D, K, L, M :



2)

Coordonnées de D : Comme ABCD est un parallélogramme, on a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ d'où $\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4-x_D\\1-y_D\end{pmatrix}$ on en déduit : $7 = 4 - x_D \Leftrightarrow x_D = -3$ et $4 = 1 - y_D \Leftrightarrow y_D = -3$ Donc D(-3;-3)	Coordonnées de L : L est le milieu de [AB], on a : $L\left(\frac{-2+5}{2};\frac{2+6}{2}\right)$ donc $L(1{,}5;4)$	Coordonnées de M : On sait que : $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ d'où $\begin{pmatrix}x_M-4\\y_M-1\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix}$ on en déduit : $x_M - 4 = -2 \Leftrightarrow x_M = 2$ et $y_M - 1 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow y_D = \frac{4}{3}$ Donc M(2; $\frac{4}{3}$)

3)a) On détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{KM}$ et $\overrightarrow{KB}$:

$$\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}x_M - x_K\\y_M - y_K\end{pmatrix} = \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}2-0{,}5\\\frac{4}{3}-(-1)\end{pmatrix} = \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix}1{,}5\\\frac{7}{3}\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{KB}\begin{pmatrix}x_B - x_K\\y_B - y_K\end{pmatrix} = \overrightarrow{KB}\begin{pmatrix}5-0{,}5\\6-(-1)\end{pmatrix} = \overrightarrow{KB}\begin{pmatrix}4{,}5\\7\end{pmatrix}$$

On en déduit que : $\overrightarrow{KB} = 3\,\overrightarrow{KM}$

Ces vecteurs sont donc colinéaires, les points K, M et B sont alignés.

b) On détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DL}$ et $\overrightarrow{KB}$:

$$\overrightarrow{DL}\begin{pmatrix}x_L - x_D\\y_L - y_D\end{pmatrix} = \overrightarrow{DL}\begin{pmatrix}1{,}5-(-3)\\4-(-3)\end{pmatrix} = \overrightarrow{DL}\begin{pmatrix}4{,}5\\7\end{pmatrix} \text{ et d'après la question a), on a } \overrightarrow{KB}\begin{pmatrix}4{,}5\\7\end{pmatrix}$$

On en déduit que : $\overrightarrow{DL} = \overrightarrow{KB}$

Ces vecteurs sont donc colinéaires, les droites (DL) et(KB) sont parallèles.

Exercice 3 :

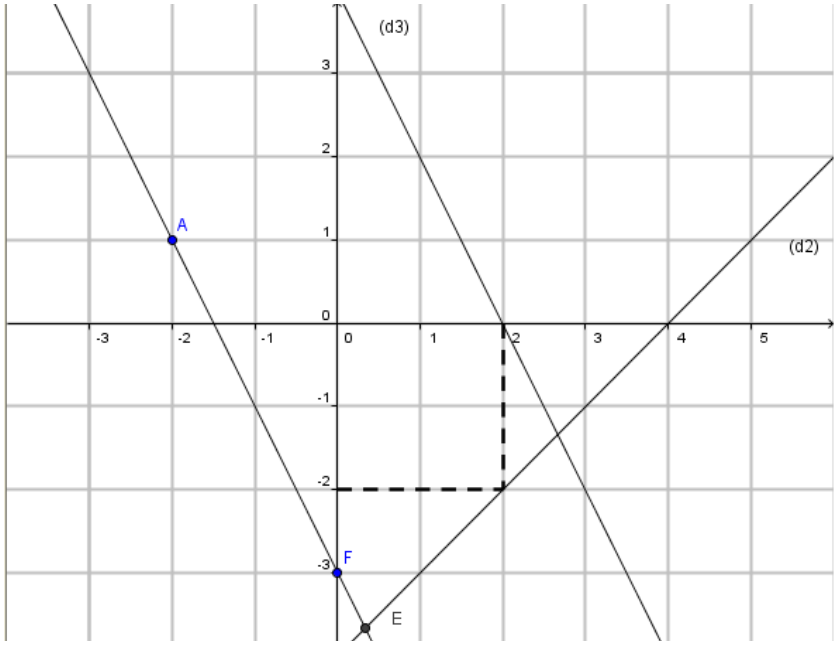
1) Son équation s'écrit sous la forme y=ax+b

La droite coupe l'axe des ordonnées en -3 donc l'ordonnée çà l'origine est b= -3.

Le coefficient directeur a peut se calculer à l'aide des points A(-2;1) et F(0;-3) appartenant à la droite :

$$a=\frac{y_A-y_F}{x_A-x_F}=\frac{1+3}{-2-0}=-2$$

donc l'équation de la droite (d1) est bien y=-2x-3



2) Cette droite passe par les points de coordonnées (2;-2) et (4;0).

3) On sait que $y_B=5$ et que $y_B=-2x_B-3$. Ainsi $5=-2x_B-3$ d'où $x_B=-4$

4) Il faut que $y_D=-2x_D-3$. Or $-2x_D-3=-13\neq-14$. Donc D n'appartient pas à la droite (d1).

5) La droite (d2) a pour coefficient directeur $\frac{g(2)-g(4)}{2-4}=\frac{-2}{-2}=1$ qui est différent du coefficient directeur de la droite (d1) donc les deux droites sont sécantes.

6) L'équation de la droite (d2) est donc de la forme y=x+b. Comme g(4)=0, il vient 0=4+b donc b=-4.
Ainsi l'équation de la droite (d2) est y=x-4.

Le point E(x_E ; y_E) doit à la fois vérifier $y_E=-2x_E-3$ (1) et $y_E=x_E-4$ (2).

On a donc l'équation $-2x_E-3=x_E-4$ qui donne $x_E=\frac{1}{3}$.

On remplace dans (2) pour déterminer y_E : $y_E=\frac{1}{3}-4=\frac{-11}{3}$. Donc E($\frac{1}{3}$; $\frac{-11}{3}$).

7) Comme les deux droites sont parallèles, elles ont le même coefficient directeur. Donc l'équation de la droite (d3) s'écrit sous la forme y = -2x + b.

L'ordonnée à l'origine b correspond à l'ordonnée du point C donc b=4.

Conclusion : l'équation de la droite (d3) est y = -2x+4.

Exercice 4 :

Partie A : Calcul des probabilités

1) a) $\mathrm{p(A)} = \frac{3}{16}$

b) $p(B) = \frac{8}{16} > p(A)$ Donc l'événement B est le plus probable.

2) a) $A \cap B$ est l'événement : « Obtenir une somme strictement positive ET impaire »

b) Seuls les deux issues « 1 » réalisent $A \cap B$. Donc $p(A \cap B) = \frac{2}{16}$

3) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{3}{16} + \frac{8}{16} - \frac{2}{16} = \frac{9}{16}$

Ou En dénombrant les issues favorables à $A\ ou\ B$: $\{-3; -3; -1; -1; -1; -1; 1; 1; 2\}$. Il y en a 9 sur 16.

Partie B : Une autre méthode : la simulation

LIGNE 1	INITIALISATIONS	s prend la valeur 0
LIGNE 2		Saisir n
LIGNE 3		compteur prend la valeur 0
LIGNE 4	BOUCLE	Pour i allant de 1 à n
LIGNE 5		dé1 prend aléatoirement l'une des valeurs - 2 ; - 1 ; 0 ou 1
LIGNE 6		dé2 prend aléatoirement l'une des valeurs - 2 ; - 1 ; 0 ou 1
LIGNE 7		s prend la valeur dé1 + dé2
LIGNE 8		Si s est impair alors compteur prend la valeur compteur
LIGNE 9		+ 1
LIGNE 10		Fin du Si
	SORTIE	Fin du Pour
LIGNE 11		Afficher compteur

1)

	s	i	n	dé 1	dé 2	compteur
Après les initialisations	0		5			0
À la fin de la boucle 1	-3	1	5	- 2	- 1	1
À la fin de la boucle 2	0	2	5	- 1	1	1
À la fin de la boucle 3	1	3	5	0	1	2
À la fin de la boucle 4	1	4	5	1	0	3
À la fin de la boucle 5	-2	5	5	0	- 2	3
À la fin de l'algorithme	-2	5	5	0	-2	3

2) Que représente chacune des variables suivantes de l'algorithme ? Quel est leur rôle ?

n : …le nombre total de lancers de dés de l'expérience, valeur saisie par l'utilisateur…….

s : …la somme des 2 dés à chaque lancer …….……..…...

compteur : …permet de compter le nombre de lancers pour lesquels la somme est impaire au cours des n lancers

3) Le résultat trouvé était $p(B) = \frac{8}{16} = 0{,}5$

Avec 10 lancers, on a 9 sommes impaires sur 10, soit une fréquence de 0,9 éloignée de 0,5
Avec 10 000 lancers, on a 4913 sommes impaires, soit une fréquence de 0,491 3 proche de 0,5

L'écart entre la probabilité d'obtenir une somme impaire et la fréquence observée de sommes impaires se réduit quand le nombre de lancers augmente.

4) Ligne 8 : Si s est <u>strictement positive</u> alors compteur prend la valeur compteur + 1