Lycée Jean Mermoz

Classe de Seconde

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES

Mercredi 10 Mai 2017

Durée de l'épreuve : 2 H 00

Ce sujet comporte 11 pages numérotées de 1 à 11.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

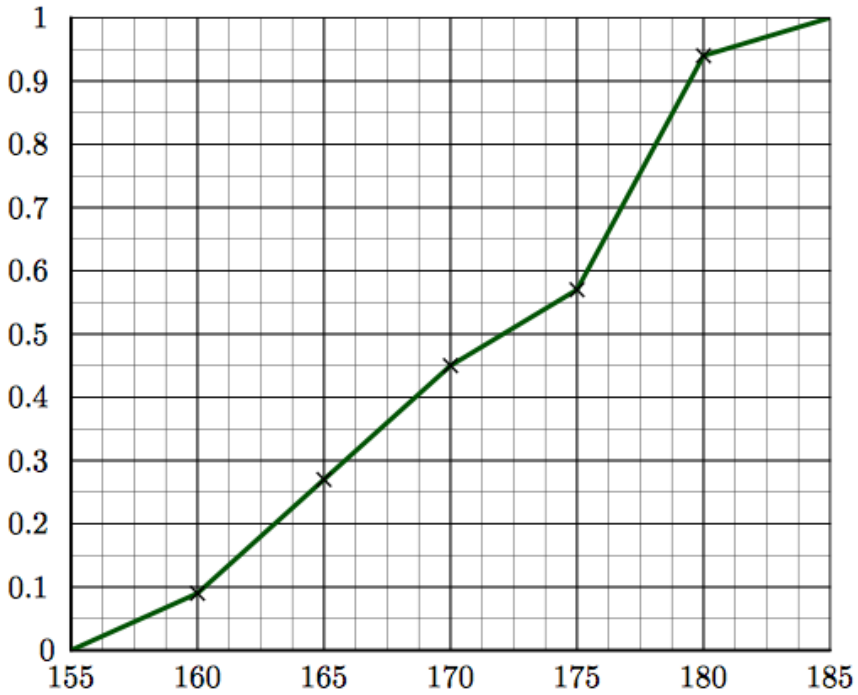
Il se compose de 5 exercices. Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

Le devoir est à traiter directement <u>sur le sujet.</u>

NOM :
PRENOM : **CLASSE :**

Exercice 1 : (4,5 points)



Le graphique ci-dessus représente le polygone des fréquences cumulées croissantes d'une série statistique représentant la taille en *cm* d'un échantillon d'élèves d'un lycée. Ce diagramme a été tracé à partir d'un tableau des effectifs où les élèves ont été rangés dans les classes :

[155 ; 160[; [160 ; 165[; [165 ; 170[; [170 ; 175[; [175 ; 180[; [180 ; 185[

1) Compléter le tableau suivant :

Classes	[155 ; 160[	[160 ; 165[	[165 ; 170[	[170 ; 175[	[175 ; 180[	[180 ; 185[
Centres des classes						
Fréquences						

1) Déterminer la médiane de cette série statistique.

2) Déterminer le premier et troisième quartile de la série :

3) Déterminer (approximativement) la moyenne de cette série statistique.

Exercice 2 : (9 points)

Les deux parties sont indépendantes

Partie A :

Une chaîne de production d'une usine fabrique des calculatrices.
Une étude statistique sur un échantillon de 750 calculatrices a montré que :

- 10 % des calculatrices fabriquées ont un défaut de batterie.
- Parmi les calculatrices ayant un défaut de batterie, 20 % ont un défaut d'affichage.
- Parmi les calculatrices n'ayant pas de défaut de batterie, 8 % présentent un défaut d'affichage.

Un employé choisit au hasard une calculatrice dans cet échantillon.

On appelle **A** l'événement : « La calculatrice présente un défaut d'affichage » et $\overline{\mathbf{A}}$ l'événement contraire.

On appelle **B** l'événement : « La calculatrice présente un défaut de batterie » et $\overline{\mathbf{B}}$ l'événement contraire.

1) Compléter le tableau suivant :

	Défaut de batterie	Pas de défaut de batterie	Total
Défaut d'affichage	15		
Pas de défaut d'affichage			
Total			**750**

2) a) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$.

b) Donner la valeur de $p(A \cap B)$.

3) a) Avec les notations de l'énoncé, comment écrit-on l'événement :
« *La calculatrice ne présente pas de défaut de batterie mais un défaut d'affichage.* »

b) Donner la probabilité de cet événement.

4) a) Définir par une phrase l'événement $A \cup B$.

b) Calculer $p(A \cup B)$.

Partie B :

Mathieu, tout content d'avoir gagné une calculatrice sans aucun défaut a programmé l'algorithme ci-dessous :

```
Saisir N
S prend la valeur 0
Pour I allant de 1 à N
    dé1 est un entier aléatoire compris entre 1 et 4
    dé2 est un entier aléatoire compris entre 1 et 4
    dé3 est un entier aléatoire compris entre 1 et 6
        Si dé1 + dé2 > dé3  alors S prend la valeur S+1
        FinSI
FinPour
Afficher S
```

1) Cet algorithme permet de simuler N fois l'un des trois jeux de hasard ci-dessous et de dénombrer le nombre de victoires. Quel est donc ce jeu parmi les trois proposés ci-dessous ? Justifier.

Jeu A :	**Jeu B :**	**Jeu C :**
On lance deux dés bleus tétraédriques (4 faces) et un dé rouge cubique à 6 faces. Si la somme des trois dés est supérieure à 6 alors je gagne.	On lance trois dés cubiques (deux dés bleus et un dé rouge). Si la somme des deux dés bleus est strictement supérieure au dé rouge alors je gagne.	On lance deux dés bleus tétraédriques (4 faces) et un dé rouge cubique (6 faces). Si la somme des deux dés bleus est strictement supérieure au dé rouge alors je gagne.

Justification :

2) Quel est le rôle de la variable S dans l'algorithme ?

3) Mathieu a exécuté l'algorithme pour différentes valeurs de N et a obtenu les valeurs de S suivantes :

N	100	1000	10000	100000
Simulation 1 valeur de S :	60	682	6607	65695
Simulation 2 valeur de S :	62	664	6623	65545
Simulation 3 valeur de S :	69	645	6452	65682

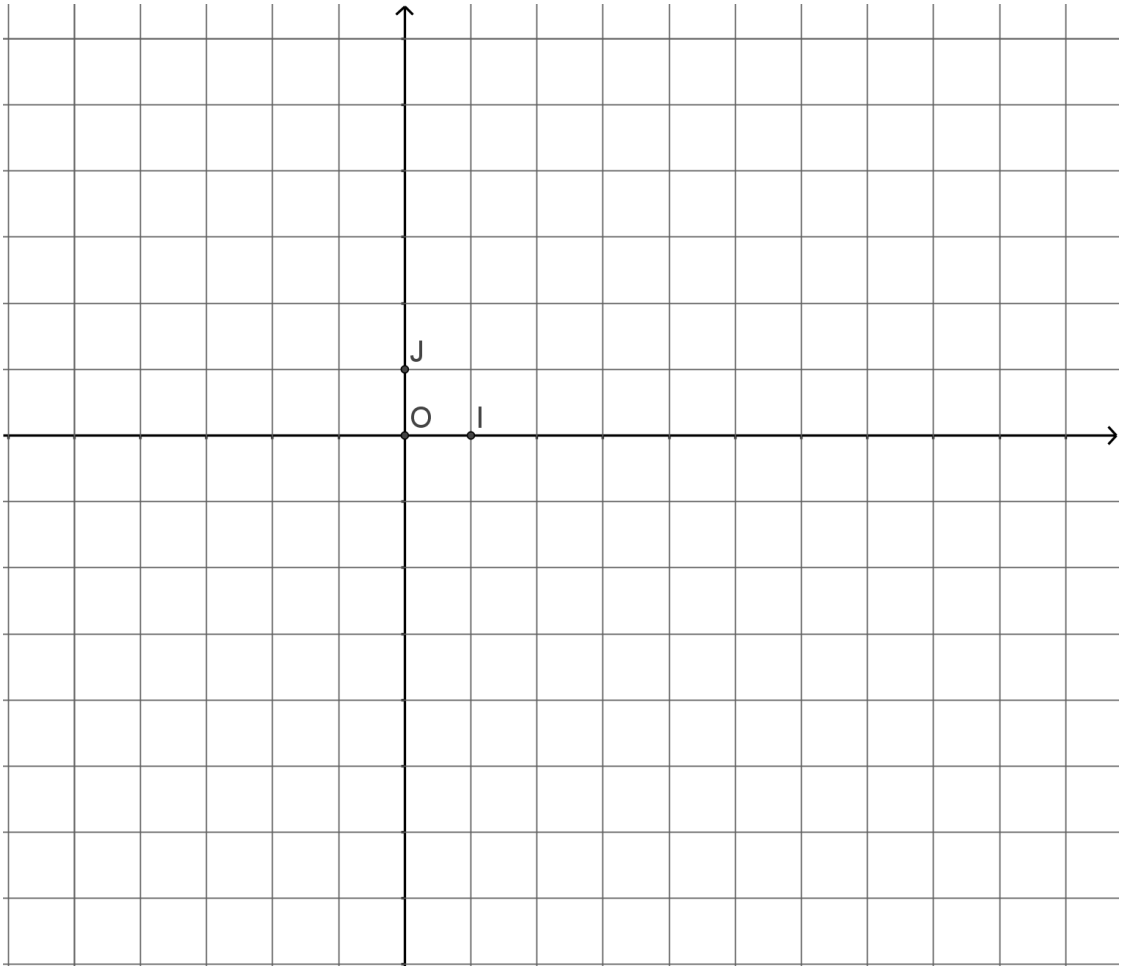
Donner une estimation de la probabilité de gagner à ce jeu :

Exercice 3 : (9,5 points)

Dans cet exercice, toutes réponses non justifiées ne sera pas prise en compte.

Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points A(−2 ;1) ,B(1 ; −5) , et C($\frac{17}{2}$; −5).

1) Placer les points A, B et C dans le plan ci-dessous.



2) Soit $\vec{u}$ un vecteur ayant pour coordonnées $\binom{6}{3}$.

a) Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \vec{u}$.

b) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D.

c) Quelle est la nature du triangle ABD ?

d) Montrer que le quadrilatère ABCD est un trapèze.

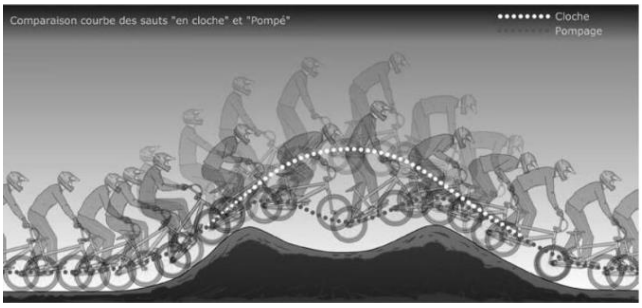
3) Soit G le point d'intersection des droites (AD) et (BC).
Déterminer les coordonnées du point G.

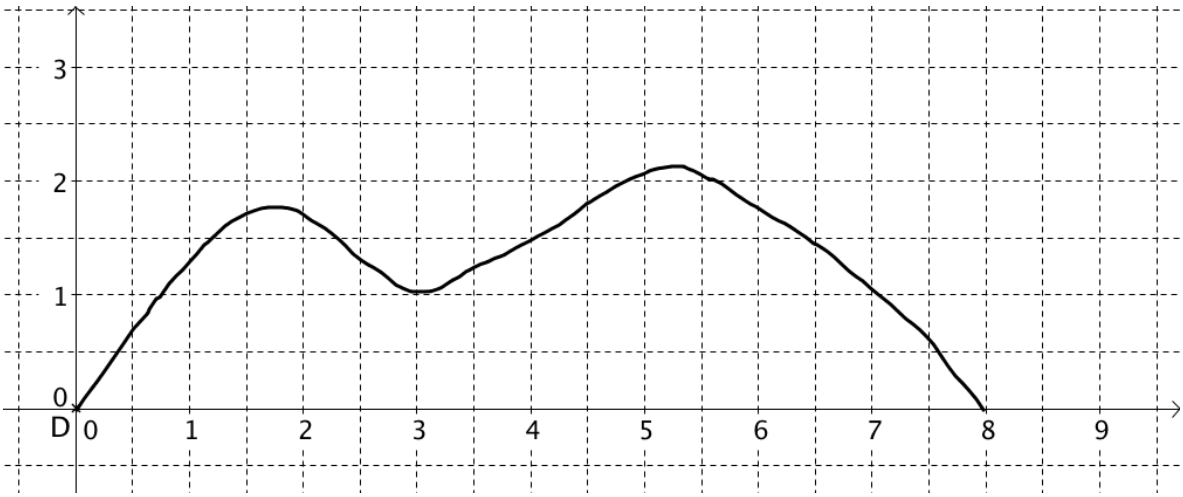
Exercice 4 : (8 points)

On souhaite étudier la trajectoire d'un VTTiste sur une piste de cross lors du passage d'une double bosse.

Partie A :

Pour optimiser la trajectoire du cycliste, il faut dans un premier temps étudier la piste.
La double bosse à franchir peut être représentée par la fonction représentée ci-dessous, qui indique la hauteur du chemin en fonction de la distance par rapport au point D.





1) Quelle est l'image de 1 par la fonction *f* ?

2) A quelle distance la hauteur de la double bosse est de 0,50 m ?

3) Donner le tableau de variation de la fonction *f*.

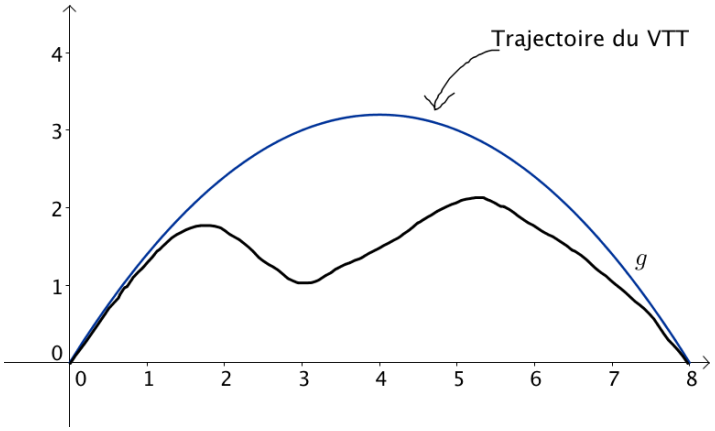
4) Donner un encadrement de $f(x)$ lorsque x appartient à l'intervalle [2 ;6].

5) Quelle est la hauteur maximale prise par la double bosse ?

Partie B :

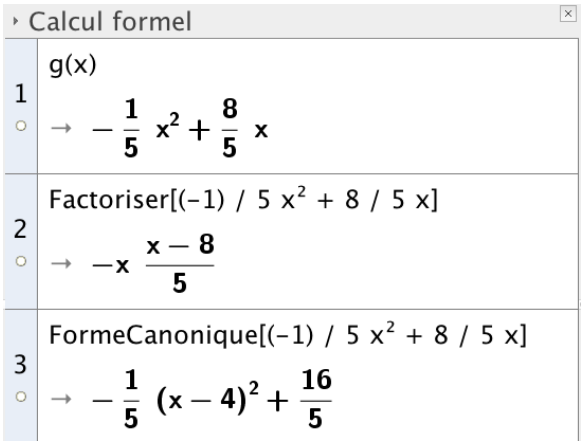
L'entraîneur technique de l'équipe de France de VTT, souhaite étudier la technique de saut d'une double bosse. On fixe un point se trouvant juste au-dessous de l'amortisseur avant.

Une analyse de la coupe de côté de la double bosse étudiée précédemment, a permis de définir la trajectoire idéale de ce point (et donc du vélo) pour passer l'obstacle.



Cette trajectoire peut être modélisée par la fonction g définie par $g(x) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{8}{5}x$.

Un logiciel de calcul formel donne les informations ci-contre concernant la fonction g.



1) A une distance de 1,5 mètre du point D, quelle est la hauteur du cycliste ?

2) a) En utilisant les informations de l'énoncé, donner la forme factorisée de g.

b) Retrouver le résultat de la ligne 3 du logiciel de calcul formel, c'est-à-dire montrer que :

$g(x) = -\frac{1}{5}(x-4)^2 + \frac{16}{5}$.

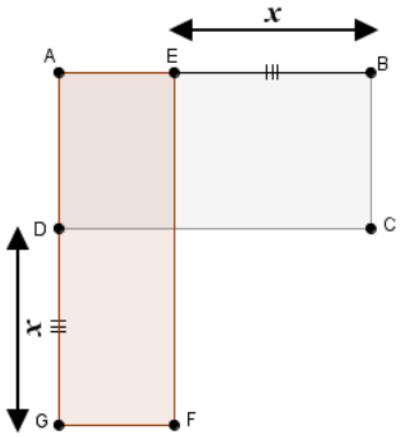
3) A quelle distance du point de départ le cycliste touche le sol ?
Justifier algébriquement.

4) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le cycliste ? Justifier algébriquement.

Exercice 5 : (4 points)

Pour réduire la circulation des véhicules dans le centre d'une petite ville, la municipalité envisage de construire une déviation. Les propriétaires des terrains situés dans la zone où passera la déviation sont prévenus de ce projet.

On propose au propriétaire d'un terrain rectangulaire ABCD d'une longueur AB = 20 m et d'une largeur AD = 10 m, de modifier son terrain en retirant x mètres à la longueur et en ajoutant x mètres à la largeur, comme indiqué sur le schéma ci-dessous.



Il deviendrait alors propriétaire d'un nouveau terrain rectangulaire AEFG.

Avant d'accepter la proposition, le propriétaire veut déterminer pour quelles valeurs de x son nouveau terrain aurait une aire strictement supérieure à l'aire de l'ancien terrain.

Aidez-le à répondre à ses interrogations.