Lycée Jean Mermoz

Classe de Première S

DEVOIR COMMUN
DE
MATHÉMATIQUES

Samedi 17 mars 2014

Durée de l'épreuve : 4 H 00

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il se compose de 4 exercices. Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

En pages 6 et 7 figurent des annexes qu'il faudra compléter, détacher du sujet et remettre avec la copie.

Le sujet ne doit pas être rendu avec la copie, mais conservé.

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

<u>EXERCICE 1</u> (5,5 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points A(1,1), B(9,1) et C(2,-6).

A' et B' sont les milieux respectifs de [BC] et [AC].

On fera une figure dans le repère en **annexe 1**, que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AA').

2) On admet que la droite (BB') a pour équation $7x - 15y - 48 = 0$.

Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

3) (Δ) et (Δ') sont les hauteurs du triangle ABC issues respectivement de C et A.

a) Déterminer une équation de (Δ) puis de (Δ').

b) Déterminer les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC.

4) Montrer que I(5 , -2) est le centre du cercle circonscrit (C) au triangle ABC.

5) Les points G, H et I sont-ils alignés ?

6) Donner une équation de (C).

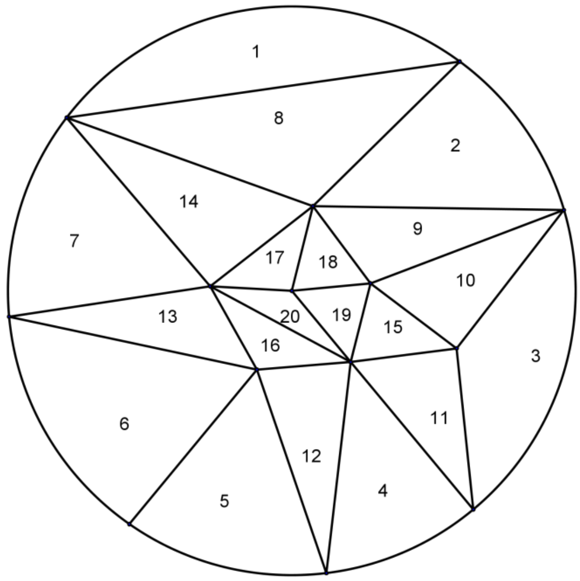
Question BONUS (1 point)

K est le point d'intersection de la droite (AH) et du cercle (C). Justifier que K est le symétrique de H par rapport à la droite (BC).

EXERCICE 2 (5,5 points)

Les parties A, B et C sont largement indépendantes. Les résultats des calculs de probabilités de la partie B seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Partie A :



Robin est un créateur de jeu. Il a mis au point une cible pour fléchettes quelque peu originale, divisée en 20 zones numérotées de 1 à 20. Il décide de tester sa nouvelle cible en demandant à des joueurs différents d'effectuer des lancers de fléchettes sur sa cible. Le nombre de points obtenus pour un lancer correspond au numéro figurant sur la zone atteinte, si la fléchette n'atteint pas la cible le nombre de points est égal à 0.

Voici les résultats obtenus :

Nombre de points	$[0; 5[$	$[5; 10[$	$[10; 15[$	$[15; 20]$
Effectif	786	548	442	224

1) Déterminer le tableau des fréquences cumulées croissantes associé à cette série statistique.

2) Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes dans le repère figurant en **annexe 2**.

3) Déterminer graphiquement une valeur arrondie au dixième de la médiane et des quartiles de la série.

4) On note $\bar{x}$ et σ la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.
D'après le graphique, déterminer le pourcentage de lancers appartenant à l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$.
(On utilisera pour les calculs de la moyenne $\bar{x}$ et de l'écart-type σ le centre de chaque classe, et on arrondira les bornes de l'intervalle $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$ au dixième. Le détail du calcul de $\bar{x}$ et σ n'est pas demandé).

Partie B :

À partir des résultats observés dans la partie A, Robin annonce dans la notice de sa cible :

- La probabilité de l'évènement A : "Le nombre de points est strictement inférieur à 10" est $\frac{2}{3}$.
- La probabilité de l'évènement B : "Le nombre de points est supérieur ou égal à 15" est $\frac{1}{9}$.
- C est l'évènement : " Le nombre de points est supérieur ou égal à 10 et strictement inférieur à 15"

1) Calculer la probabilité de l'évènement C.

2) Robin décide d'utiliser sa cible pour essayer de gagner un peu d'argent. Il propose à des joueurs la règle suivante : une partie coûte 5 € et consiste à lancer successivement, de manière identiques et indépendantes, deux fléchettes sur la cible. Si une fléchette réalise l'évènement A, elle ne rapporte rien. Si une fléchette réalise l'évènement B elle rapporte 4 €. Dans les autres cas une fléchette rapporte 2 €.
On note G la variable aléatoire prenant pour valeur le gain algébrique du joueur.

a) Quelles sont les valeurs possibles de G ?

b) Déterminer la loi de probabilité de G.

c) Déterminer l'espérance mathématique de G. Interpréter le résultat obtenu.

Partie C :

Suzie propose à Robin un autre jeu à l'aide de sa cible : ce jeu consiste à lancer successivement de manière identiques et indépendantes 10 fléchettes sur la cible. On considère qu'un lancer est un succès lorsque le nombre de points est supérieur ou égal à 15.
Déterminer la probabilité d'obtenir au moins deux succès pendant le jeu proposé par Suzie (on arrondira au millième).

EXERCICE 3 (6 points)

Partie A :

Soit la fonction g définie pour tout x réel par $g(x) = 2x^3 + 12x^2 + 2$.

1) Etudier les variations de la fonction g sur $]-4\,;+\infty[$ et dresser son tableau des variations après avoir calculé $g(0)$.

2) Justifier que pour tout x de $]-4\,;+\infty[$, on a $g(x) > 0$.

Partie B :

Soit la fonction f définie sur $]-4\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3 - 2}{x + 4}$.

La courbe (C_f) a été tracée en **annexe 3**.

1) Montrer que pour tout x de $]-4\,;+\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+4)^2}$, où g est la fonction étudiée dans la partie A.

2) Déduire de la partie A le signe de $f'(x)$ sur $]-4\,;+\infty[$ et dresser le tableau des variations de la fonction f.

3) On désigne par E le point de la courbe (C_f) d'abscisse 0 et par (T) la tangente à (C_f) au point E .

Déterminer l'équation de (T). Tracer (T) sur le repère en **annexe 3**.

4) On pose $X = \dfrac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} + 4}$ et $Y = \dfrac{3\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 4}$. Sans faire aucun calcul , comparer les réels X et Y .

5) Soit la fonction h définie sur $]-4\,;+\infty[$ par $h(x) = x^2 - 2$.

   a) Tracer la courbe (C_h) représentant la fonction h sur le repère en **annexe 3**.

   b) Etudier la position relative des deux courbes (C_f) et (C_h) sur $]-4\,;+\infty[$.

EXERCICE 4 (3 points)

Pour chacune des propositions suivantes , dire si elle est Vraie ou Fausse et justifier soigneusement la réponse donnée . Toute trace de recherche sera prise en compte et valorisée .

Dans tout l'exercice, n désigne un entier naturel.

a) Soient les fonctions f_n définies pour tout x différent de -1 par $f_n(x) = \frac{3x^n}{x+1}$
Soit la suite (u_n) définie pour tout n par $u_n = f_n(2)$.

Proposition 1 : la suite (u_n) est une suite géométrique.

b) Soit la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 3x + 2$
Soit la suite (u_n) définie pour tout n par $u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_0 = 1$

Proposition 2 : la suite (u_n) est une suite arithmétique.

c) En Janvier 2010 , un salarié a reçu une prime mensuelle de 20 € .
A partir de février 2010 , cette prime a augmenté mensuellement de 5 % .
On désigne par P_0 la prime de janvier et par P_n celle du $n^{ième}$ mois après janvier .

Proposition 3 : de janvier 2010 (inclus) à décembre 2010 (inclus), ce salarié a reçu une prime totale de 252 € .

d) On considère l'algorithme donné ci-contre .

Proposition 4 : lorsque l'on exécute cet algorithme , la valeur affichée est 480 .

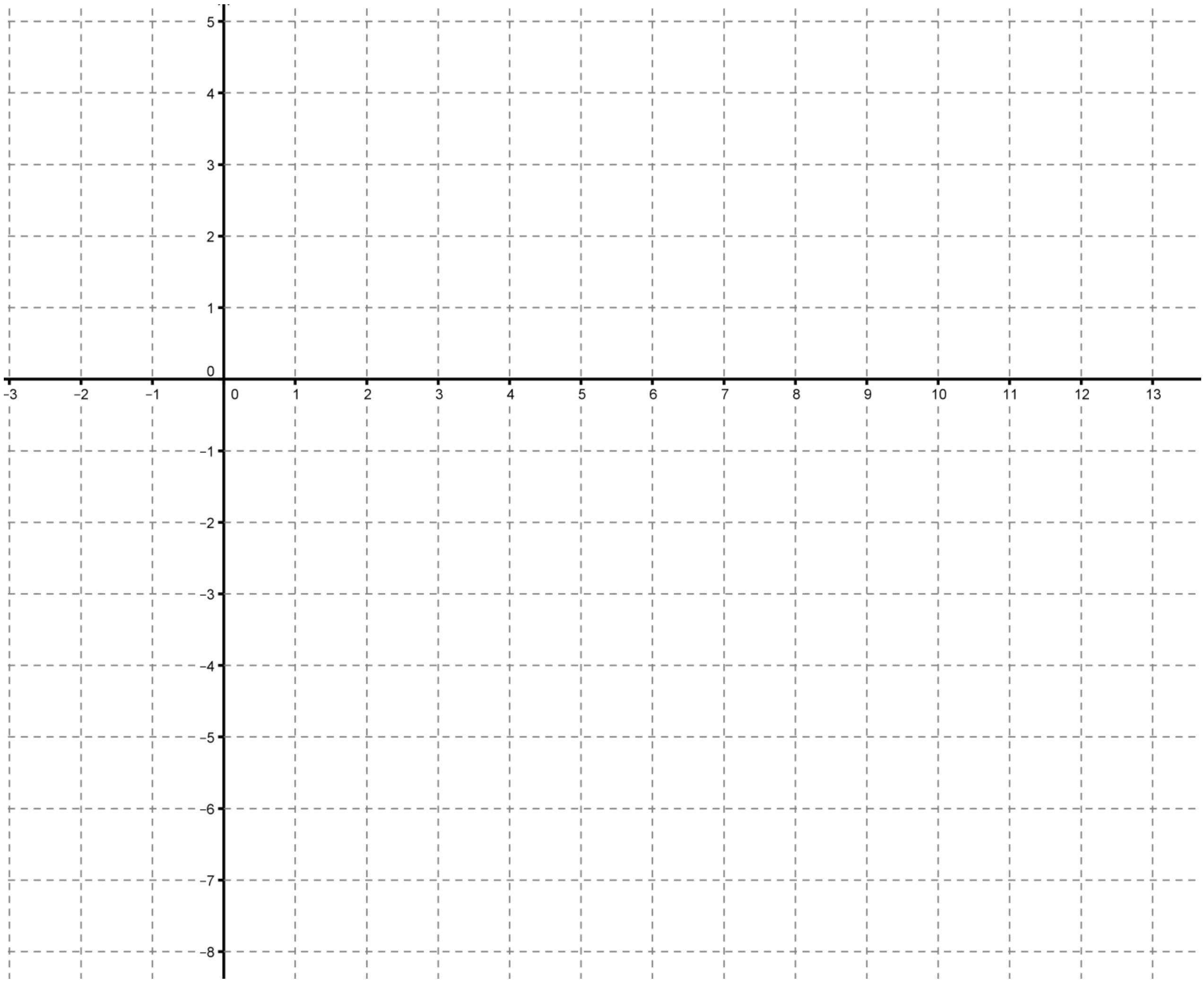
- *U* prend la valeur *10*
- *n* prend la valeur *0*
- Tant que $n < 4$
  - *U* prend la valeur *2 U + 5*
  - *n* prend la valeur *n + 1*

  Fin Tant que
- Afficher *U*

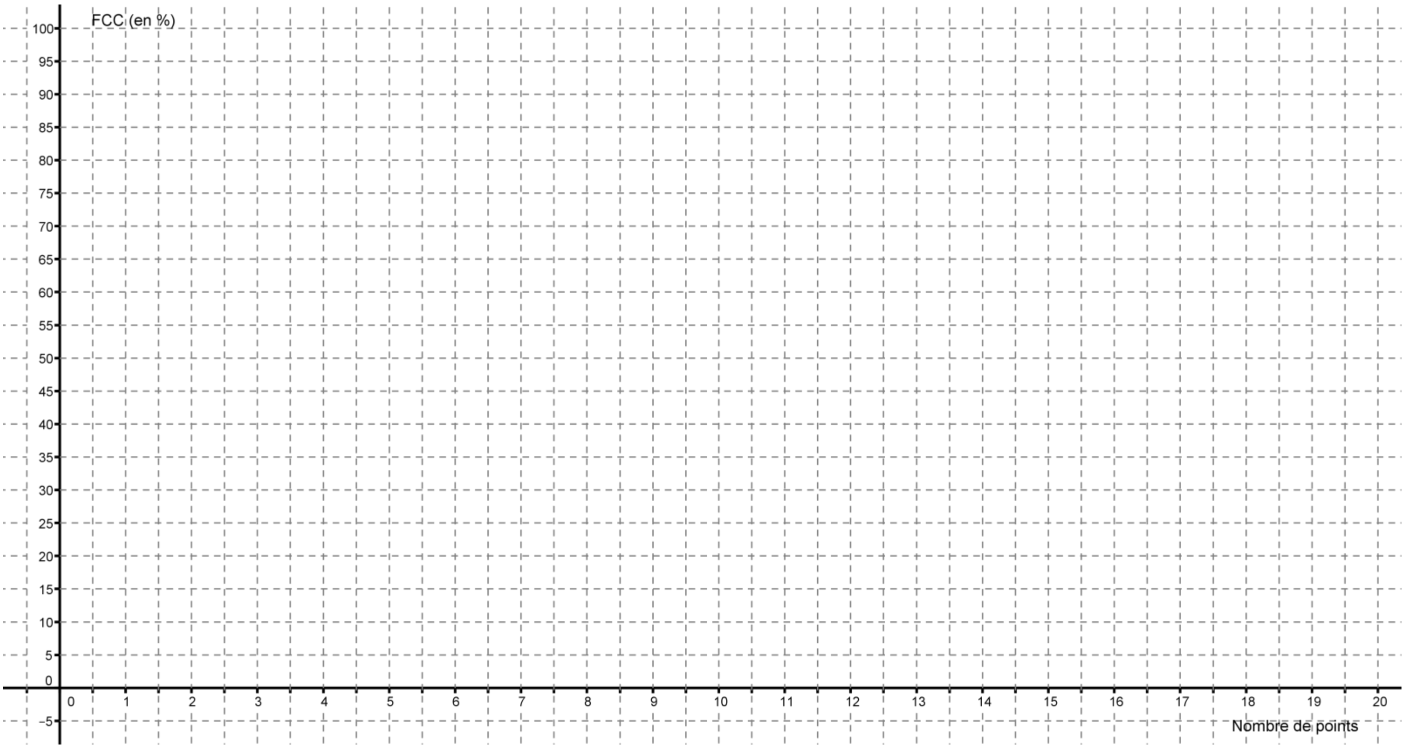
ANNEXES (à détacher et à remettre avec la copie)

Nom et prénom : ....

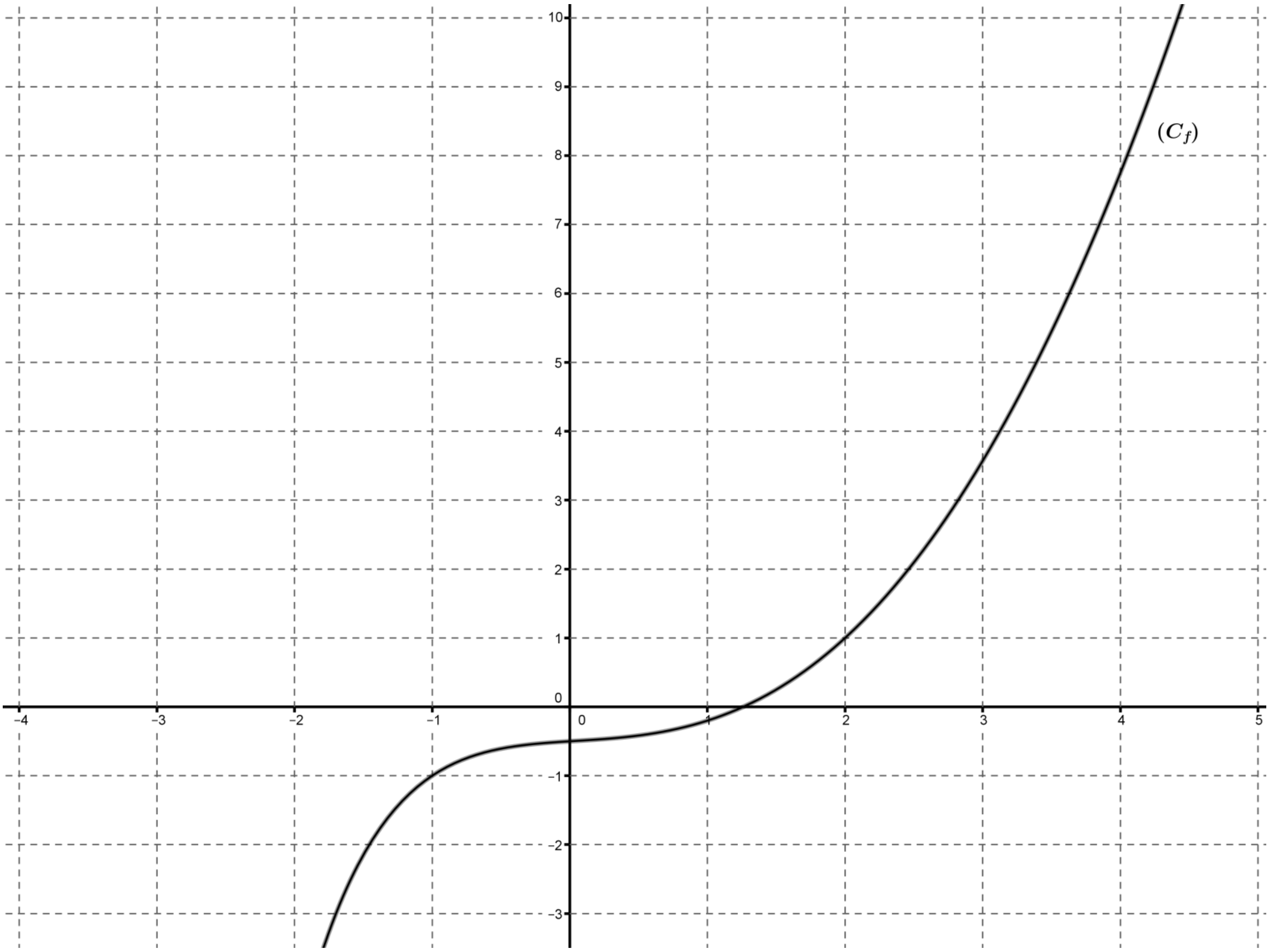
Annexe 1 :



Annexe 2:



Annexe 3:



Barème pour le devoir commun

Nom et Prénom : ....

<table>
<tr><th colspan="3">Exercice 1</th></tr>
<tr><td>1) Equation cartésienne de la droite (AA')</td><td>/0,75</td><td rowspan="9">Total Ex 1
/5,5
Bonus
/1</td></tr>
<tr><td>2) Cordonnées du centre de gravité G</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>3) a) Equation de (Δ)</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>Equation de (Δ')</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>b) Coordonnées de l'orthocentre.</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>4) Preuve que I est le centre du cercle circonscrit</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>5) Preuve que les points G, H et I sont alignés</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>6) Equation de (C)</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>Figure complète.</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><th colspan="3">Exercice 2</th></tr>
<tr><td>A] 1) Tableau des fréquences cumulées croissantes</td><td>/0,25</td><td rowspan="12">Total Ex 2
/5,5</td></tr>
<tr><td>2) Polygone des fréquences cumulées croissantes</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>3) Valeur de la médiane</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>Valeur du premier quartile</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>Valeur du troisième quartile</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>4) Pourcentage des lancers appartenant à l'intervalle $[\bar{x}-\sigma; \bar{x}+\sigma]$
On accordera 0,5 point si l'intervalle $[\bar{x}-\sigma; \bar{x}+\sigma]$ est juste</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>B] 1) Calcul de la probabilité de l'évènement C</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>2) a) Valeurs possibles de G</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>b) Loi de probabilité de G</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>c) Espérance mathématique de G</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>Interprétation de l'espérance</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>C] Calcul de la probabilité d'obtenir au moins deux succès.
On accorde 0,25 point si l'élève a fait mention d'un schéma de Bernoulli et d'une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = \frac{1}{9}$.</td><td>/1</td></tr>
<tr><th colspan="3">Exercice 3</th></tr>
<tr><td>A] 1) Calcul de la dérivée de g</td><td>/0,25</td><td rowspan="12">Total Ex 3
/6</td></tr>
<tr><td>Etude du signe de g'</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>Variations de g et tableau de variation</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>2) Justification du signe de g sur $]-4; +\infty[$</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>B] 1) Calcul de la dérivée de f</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>2) Etude du signe de f'</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>Tableau de variation de f</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>3) Equation de la tangente (T)</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>Tracé de (T)</td><td>/0,25</td></tr>
<tr><td>4) Comparaison de X et de Y</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>5) a) Tracé de la courbe (C_h)</td><td>/0,5</td></tr>
<tr><td>b) Etude des positions relatives des courbes (C_f) et (C_h).</td><td>/1,5</td></tr>
<tr><th colspan="3">Exercice 4</th></tr>
<tr><td>a) Proposition 1
On accorde 0,25 pour la réponse juste et 0,5 pour la justification</td><td>/0,75</td><td rowspan="4">Total Ex 4
/3</td></tr>
<tr><td>b) Proposition 2
On accorde 0,25 pour la réponse juste et 0,5 pour la justification</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>c) Proposition 3
On accorde 0,25 pour la réponse juste et 0,5 pour la justification</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><td>d) Proposition 4
On accorde 0,25 pour la réponse juste et 0,5 pour la justification</td><td>/0,75</td></tr>
<tr><th colspan="3">TOTAL DEVOIR /20</th></tr>
</table>